

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0659

半透水边界下分数阶黏弹性饱和土 一维固结特性分析

汪磊^{1,2}, 李林忠¹, 徐永福², 夏小和², 孙德安³

(1. 上海工程技术大学 城市轨道交通学院, 上海 201620; 2. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240;
3. 上海大学 土木工程系, 上海 200444)

摘要: 为描述饱和土体的流变特性, 引入分数阶导数 Kelvin-Voigt 黏弹性模型, 采用解析方法对半透水边界下的分数阶黏弹性饱和土一维固结特性进行了研究。分别对骤加恒载下饱和土一维固结微分方程和分数阶 Kelvin-Voigt 黏弹性本构方程进行 Laplace 变换, 并联合求解得到了双边半透水边界条件下分数阶黏弹性饱和土在 Laplace 变换域内的解析表达式。通过 Crump 方法实现 Laplace 数值反演, 得到时间域内的半解析解。将所得到的解分别退化为分数阶黏弹性饱和土一维固结半解析解和双边半透水黏弹性饱和土一维固结半解析解, 结果与已有文献半解析解相同, 验证了提出的双边半透水边界条件下分数阶黏弹性饱和土一维固结解的可靠性。通过算例考察了半透水边界条件和分数阶黏弹性饱和土参数对一维固结特性的影响。研究表明, 双边半透水边界下分数阶黏弹性饱和土一维固结发展过程与半透水边界条件、分数阶次和黏滞系数有关, 且土体的压缩模量对饱和土一维固结最终沉降量有显著影响。

关键词: 半透水边界; 分数阶导数; 黏弹性; 饱和土; 一维固结; 半解析解

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2018)11-4142-07

Analysis of one-dimensional consolidation of fractional viscoelastic saturated soils with semi-permeable boundary

WANG Lei^{1,2}, LI Lin-zhong¹, XU Yong-fu², XIA Xiao-he², SUN De-an³

(1. School of Urban Railway Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;

2. School of Naval Architecture and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

3. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: The fractional Kelvin-Voigt viscoelastic model is introduced to describe the rheological characteristics of saturated soils. One-dimensional consolidation characteristics of saturated soils with fractional viscoelastic model under symmetric semi-permeable boundaries is studied. By applying these two models, the analytical solution to the one-dimensional consolidation is obtained in the Laplace transform domain. Crump's method is adopted to perform the inverse Laplace transform to obtain semi-analytical solutions in the time domain. By reducing the proposed solution to one dimensional consolidation equation of saturated soils under symmetric semi-permeable boundaries using these two models, it is shown that the present solution is reliable and in a good agreement with the existing solutions from literatures. Finally, several numerical examples are provided to investigate the consolidation behavior of saturated soils with the fractional viscoelastic model under symmetric semi-permeable boundaries. It can be found that the one-dimensional consolidation process is affected by the semi-permeable boundary parameters, fractional order and viscosity coefficient, and the modulus of compressibility has a significant effect on the final settlement of saturated soil.

Keywords: semi-permeable boundary; fractional derivative; viscoelasticity; saturated soil; one-dimensional consolidation; semi-analytical solution

收稿日期: 2017-04-11

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 41807232, No. 41472250, No. 41630633)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(41807232, 41472250, 41630633).

第一作者简介: 汪磊, 男, 1985 年生, 博士, 副教授, 主要从事土的固结研究工作。E-mail: wangleiwangjiang@163.com

1 引言

Terzaghi^[1]基于线弹性假设,建立了饱和土体的一维固结理论,为后来的学者研究固结问题奠定了基础。但 Terzaghi 一维固结理论未考虑黏土的流变性,因此在实际的工程中,有时并不能准确描述实际的固结过程。考虑黏土的流变特性,将其视为黏弹性介质通常更接近工程实际^[2]。早在 20 世纪 50 年代,陈宗基^[3]提出了黏弹性固结理论。此后,考虑土体黏弹性特性,很多学者针对饱和土体,对土体本构关系、地表外加荷载、地基成层性等方面开展了一系列的研究工作^[4-8]。在传统的固结理论研究中,土层的边界条件被处理成完全透水或完全不透水的两种极端情况^[9]。但在实际工程中地基处理顶面的砂垫层和底面的下卧层并非完全透水或不透水,因此,常常作为半透水边界来处理^[10]。Xie 等^[11]研究了部分透水边界两层土的一维固结,王奎华等^[12]在考虑土的流变特性的同时研究了双面半透水边界饱和黏土层的一维固结,蔡袁强等^[13]研究了半透水边界的黏弹性土层在循环荷载下的一维固结问题。

分数阶微积分的发现被认为是解决物理力学难题的一种有力数学工具^[14], Gemant^[15]通过试验提出了分数阶导数黏弹性的本构模型,为分数阶在岩土工程领域的发展提供了基础。Taylor 等^[16]首先在固结理论中用 Kelvin 模型来描述土骨架的变形,刘林超等^[17]通过对 Kelvin 模型与分数阶 Kelvin 模型的理论及试验数据拟合的比较得出了分数阶导数流变模型在描述软土流变特性方面的准确性,殷德顺等^[14]为了模拟土体的流变特性利用了微积分算子理论,孙海忠等^[18]采用分数微积分模型来研究了软土蠕变模型,何利军等^[19]介绍了采用分数阶导数描述软黏土蠕变的模型,陈亮等^[20]基于分数阶微积分理论研究了非线性黏弹塑性蠕变模型, Yin 等^[21]研究了分数阶软土蠕变过程中的力学性能问题,解益等^[22]将分数阶导数理论引入 Kelvin-Voigt 模型得到了分数阶黏弹性饱和土一维固结的半解析解, Wang 等^[23]得到了任意荷载下分数阶黏弹性饱和土一维固结的半解析解,这些研究对进一步理解土的分数阶黏弹性特性具有一定的实际工程意义。

为了进一步研究分数阶黏弹性模型在固结特性分析中的应用,本文针对单层分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土体,基于 Terzaghi 一维固结方程,采用 Laplace 变换得到了双边半透水边界条件下的一维固结解析解,并将本文的解进行退化,分别得到了分数阶黏弹性饱和土一维固结解与双边

半透水边界条件下黏弹性饱和土一维固结解,验证了基于分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型的黏弹性饱和土层在双边半透水条件下的一维固结解析解的有效性。最后通过算例考察了半透水边界和分数阶黏弹性参数对固结沉降量的影响,以更好地认识和描述分数阶黏弹性饱和土体的固结力学行为。

2 固结方程及其求解

本文拟求解的分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土层在双边半透水边界条件下的一维固结问题示意图,如图 1 所示。图中 $2H$ 为土层厚度, k_v 为渗透系数, E_s 为压缩模量, η 为黏滞系数, q_0 为骤加恒载, k_1 、 k_2 、 L_1 和 L_2 分别为上、下半透水边界的渗透系数与厚度。在流变模型确定后,如本文的 Kelvin-Voigt 黏弹性模型,拟合室内流变试验数据^[24],即可分别得到压缩模量 E_s 和黏滞系数 η 。

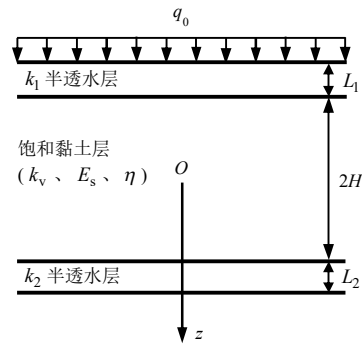


图 1 半透水边界下分数阶黏弹性饱和土一维固结计算模型
Fig.1 1-D consolidation model of fractional viscoelastic saturated soils under symmetric semi-permeable boundaries

采用一维 Terzaghi 固结理论中的全部假设,则土体渗流方程为

$$\frac{\partial \varepsilon(z,t)}{\partial t} = \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \sigma'(z,t)}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中: $\sigma'(z,t)$ 为 z 处 t 时刻相对于初始有效应力的增量; $\varepsilon(z,t)$ 为相应的应变; γ_w 为水的重度。

对式 (1) 进行拉普拉斯变换得

$$\frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{\sigma}'(z,s)}{\partial z^2} = s \bar{\varepsilon}(z,s) - \varepsilon(z,0) \quad (2)$$

式中: $\bar{\sigma}'(z,s)$ 为 $\sigma'(z,t)$ 的拉普拉斯变换式; $\bar{\varepsilon}(z,s)$ 为 $\varepsilon(z,t)$ 的拉普拉斯变换式, $\varepsilon(z,0) = 0$; s 为拉普拉斯变量。

分数阶黏弹性 Kelvin-Voigt 本构模型如图 2 所示,该模型为一个弹簧元件 H 体与 Abel 黏壶 N 体

并联而成, 两元件应变相同, 但应力不同。

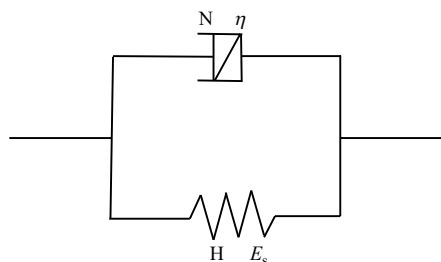


图2 分数阶黏弹性 Kelvin-Voigt 本构模型
Fig.2 Fractional viscoelastic Kelvin-Voigt constitutive model

根据 2 个元件并联时模型中各个元件应变相同, 模型总应力等于各个元件应力之和的原则, 有以下应力-应变关系。

对于 H 体, 有

$$\sigma_e = E_s \varepsilon_e \quad (3)$$

对于 N 体, 有

$$\sigma_v = \eta \frac{d^\alpha \varepsilon_v}{dt^\alpha} \quad (4)$$

且有

$$\varepsilon = \varepsilon_e = \varepsilon_v \quad (5)$$

$$\sigma' = \sigma_e + \sigma_v \quad (6)$$

式中: ε_e 和 ε_v 分别为弹簧元件 H 体与 Abel 黏壶 N 体的应变; σ_e 和 σ_v 分别为两者的应力; σ' 为分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型的有效应力; α 为分数阶次。显然, 当 $\alpha=1$ 时, N 体为理想牛顿流体; 当 $\alpha=0$ 时, N 体为线弹性固体; 当 $0<\alpha<1$ 时元件表现为分数阶黏弹性体, 从分数维看, α 描述了材料从固体到流动状态的性质^[25]; 另外, α 的取值在压缩模量 E_s 和黏滞系数 η 一定时可根据土体固结试验结果数据拟合获得^[26]。

分数阶黏弹性 Kelvin-Voigt 模型的本构关系为

$$\sigma'(z,t) = E_s \varepsilon(z,t) + \eta \frac{\partial^\alpha \varepsilon(z,t)}{\partial t^\alpha} \quad (7)$$

对式 (7) 进行拉普拉斯变换得

$$\bar{\sigma}'(z,s) = E_s \bar{\varepsilon}(z,s) + \eta s^\alpha \bar{\varepsilon}(z,s) \quad (8)$$

将式 (8) 整理得

$$\bar{\varepsilon}(z,s) = \frac{\bar{\sigma}'(z,s)}{E_s + \eta s^\alpha} \quad (9)$$

式 (9) 代入式 (2) 得

$$\frac{d^2 \bar{\sigma}'(z,s)}{dz^2} - \frac{\gamma_w}{k_v} \frac{s}{(E_s + \eta s^\alpha)} \bar{\sigma}'(z,s) = 0 \quad (10)$$

求解式 (10) 得

$$\bar{\sigma}'(z,s) = C_1 e^{\sqrt{m}z} + C_2 e^{-\sqrt{m}z} \quad (11)$$

式中: $m = s\gamma_w / [k_v (E_s + \eta s^\alpha)]$; C_1 和 C_2 为含有 s 的任意函数, 可通过边界条件确定。

对式 (11) 求关于 z 的一阶导得

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'(z,s)}{\partial z} = \sqrt{m} (C_1 e^{\sqrt{m}z} - C_2 e^{-\sqrt{m}z}) \quad (12)$$

3 边界条件

对于双面半排水情况, 初始条件和边界条件为

$$\sigma'(z,0) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \sigma'(z,t)}{\partial z} + \frac{R_1}{2H} [q_0 - \sigma'(z,t)] = 0, z = -H, t > 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \sigma'(z,t)}{\partial z} - \frac{R_2}{2H} [q_0 - \sigma'(z,t)] = 0, z = H, t > 0 \quad (15)$$

式中: $R_1 = 2Hk_1/L_1k_v$, $R_2 = 2Hk_2/L_2k_v$ 。

将式 (14)、(15) 拉普拉斯变换得

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'(z,s)}{\partial z} + \frac{R_1}{2H} \left[\frac{q_0}{s} - \bar{\sigma}'(z,s) \right] = 0, z = -H \quad (16)$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'(z,s)}{\partial z} - \frac{R_2}{2H} \left[\frac{q_0}{s} - \bar{\sigma}'(z,s) \right] = 0, z = H \quad (17)$$

将式 (11)、(12) 分别代入式 (16)、(17), 求得 C_1 和 C_2 :

$$C_1 = \frac{q_0}{2Hs} \frac{\alpha_1 R_2 - \alpha_2 R_1}{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_4}, C_2 = \frac{q_0}{2Hs} \frac{\alpha_3 R_1 - \alpha_4 R_2}{\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_4} \quad (18)$$

其中:

$$\alpha_1 = e^{H\sqrt{m}} \left(R_1/2H + \sqrt{m} \right), \alpha_2 = e^{-H\sqrt{m}} \left(R_2/2H - \sqrt{m} \right), \\ \alpha_3 = e^{H\sqrt{m}} \left(R_2/2H + \sqrt{m} \right), \alpha_4 = e^{-H\sqrt{m}} \left(R_1/2H - \sqrt{m} \right)。$$

将 C_1 和 C_2 代入式 (11), 得

$$\bar{\sigma}'(z,s) = \frac{q_0 \left[(\alpha_1 R_2 - \alpha_2 R_1) e^{\sqrt{m}z} + (\alpha_3 R_1 - \alpha_4 R_2) e^{-\sqrt{m}z} \right]}{2Hs (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_4)} \quad (19)$$

考察骤加恒载情况下分数阶 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土一维固结沉降量, 对于本文所讨论的单层土, 其固结沉降量可表示为

$$W(t) = \int_{-H}^H \varepsilon(z, t) dz \quad (20)$$

经拉普拉斯变换得

$$\bar{W}(s) = \int_{-H}^H \bar{\varepsilon}(z, s) dz \quad (21)$$

将式 (9) 代入式 (21) 得

$$\bar{W}(s) = \int_{-H}^H \frac{\bar{\sigma}'(z, s)}{E_s + \eta s^\alpha} dz \quad (22)$$

将式 (19) 代入式 (22) 得

$$\bar{W}(s) = \frac{q_0 \left[4 \left(\sinh \left[\sqrt{m} H \right] \right)^2 R_1 R_2 + \phi \right]}{\sqrt{ms} (E_s + \eta s^\alpha) \left[\sinh \left[2\sqrt{m} H \right] (4mH^2 + R_1 R_2) + \phi \right]} \quad (23)$$

式中: $\phi = 2H\sqrt{m} \cosh \left[2\sqrt{m} H \right] (R_1 + R_2)$ 。

对式 (23) 求 Laplace 逆变换可得到沉降量 $W(t)$, 本文采用 Crump 方法^[27], 分别得出有效应力和沉降在拉氏变换后的反演表达式为

$$\sigma'(z, t) = \frac{e^{at}}{T} \left[\frac{1}{2} \bar{\sigma}'(z, a) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \operatorname{Re} \left[\bar{\sigma}' \left(z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \right\} \right]$$

$$\bar{\sigma}'(z, s) = \frac{q_0 \left[(e^{H\theta} \phi_1 R_2 - e^{-H\theta} \phi_4 R_1) e^{\theta z} + (e^{H\theta} \phi_3 R_1 - e^{-H\theta} \phi_2 R_2) e^{-\theta z} \right]}{2Hs (e^{2H\theta} \phi_1 \phi_3 - e^{-2H\theta} \phi_2 \phi_4)} \quad (26)$$

式中: $\theta = \sqrt{s\gamma_w / [k_v (E_s + \eta s)]}$, $\phi_1 = R_1/2H + \theta$, $\phi_2 = R_1/2H - \theta$, $\phi_3 = R_2/2H + \theta$, $\phi_4 = R_2/2H - \theta$ 。

显然, 本文中有效应力的退化解式 (26) 与文献[13]中得到的拉氏变换域内的半解析解完全一致。

4.2 双边透水边界

若取 $R_1 = R_2 \rightarrow \infty$, 即边界条件为双边排水情况。

对于式 (23), 若 $R_1 = R_2 \rightarrow \infty$, 有

$$\bar{W}(s) = \frac{2q_0 \tanh \left[\sqrt{\frac{s\gamma_w}{k_v (E_s + \eta s^\alpha)}} H \right]}{s \sqrt{\frac{s\gamma_w}{k_v (E_s + \eta s^\alpha)}} (E_s + \eta s^\alpha)} \quad (27)$$

显然, 本文沉降的退化解式 (27) 与文献[23]中得到的拉氏变换域内的半解析解是完全一致的。

5 参数分析

参考蔡袁强等^[7, 13]在任意荷载下成层黏弹性地

$$\cos \frac{k\pi t}{T} - \operatorname{Im} \left[\bar{\sigma}' \left(z, a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi t}{T} \Bigg\} \quad (24)$$

$$W(t) = \frac{e^{at}}{T} \left[\frac{1}{2} \bar{W}(a) + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \operatorname{Re} \left[\bar{W} \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \cos \frac{k\pi t}{T} - \operatorname{Im} \left[\bar{W} \left(a + \frac{k\pi i}{T} \right) \right] \sin \frac{k\pi t}{T} \right\} \right] \quad (25)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$, 据此编制相应计算程序, 具体操作及参数选取详见文献[22]中的附录说明。

4 验证

为了验证本文采用分数阶导数 Kelvin-Voigt 本构模型研究双面半透水边界饱和土一维固结的正确性和合理性, 分别将本文所得一维固结有效应力的半解析解退化为土体本构模型为黏弹性的解, 沉降的半解析解退化为双面透水边界条件下的解, 并与已有研究成果进行了比较。

4.1 黏弹性本构模型

若取 $\alpha = 1$, 即将本文所讨论的分数阶黏弹性模型退化为黏弹性模型。

将 $\alpha = 1$ 代入式 (19) 得

基的一维固结与半透水边界条件下的黏弹性土层在循环荷载下的一维固结的部分参数, 分数阶黏弹性饱和土层算例的具体参数如下: 假定 $H = 2.5$ m, $L_1 = L_2 = 0.5$ m, $k_1 = k_2 = 2 \times 10^{-10}$ m/s, $k_v = 5 \times 10^{-10}$ m/s, $E_s = 6$ MPa, $\eta = 10^{13}$ Pa·s, $\gamma_w = 10$ kN/m³。考察骤加恒载 $q_0 = 0.1$ MPa 时的一维固结问题, 分析不同参数变化对分数阶导数黏弹性饱和土在双边半透水边界条件下一维固结的影响。根据王奎华等^[12]在双边半透水边界的一维黏弹性固结理论的分析可知, R_1 和 R_2 对固结过程的影响基本相同, 本文分别考察当 R_2 为 1、100 时, R_1 变化对固结沉降的影响。另外, 分析 R_1 、 η 和 E_s 变化对固结沉降的影响时, $\alpha = 0.7$ 。

当 $R_2 = 1$ 时, R_1 变化对固结沉降的影响, 如图 3(a) 所示。由图可知, 骤加恒载作用下分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土一维固结沉降随着 R_1 的增大, 固结沉降发展速率增加, 且增加程度逐渐变小, 当 R_1 增加到 50 后, R_1 继续增加对固结沉降过程已基本没有显著影响。因此, R_1 的值越大, 表明孔隙水从土体中排出的速度越快, 则固结沉降

发展越快。根据蔡袁强等^[13]对双边半透水边界黏弹性的土层研究中可知, 当 R_1 和 $R_2 > 40$ 时可以考虑为透水边界, 因此 R_1 增加到 50 后, 继续增加对固结沉降过程已没有显著影响。

当 $R_2 = 100$ 时, R_1 变化对固结沉降的影响, 如图 3(b) 所示。此时 R_1 的变化对固结沉降仍有明显影响, 变化趋势仍与 $R_2 = 1$ 时一致, 但变化幅度没有 $R_2 = 1$ 时显著。因为当 $R_2 = 100$ 时, 底面渗透较强, 孔隙水可以较快地从底面排出, 因此相比 $R_2 = 1$ 时, 当 $R_2 = 100$ 时, R_1 变化对固结沉降的影响程度较小。

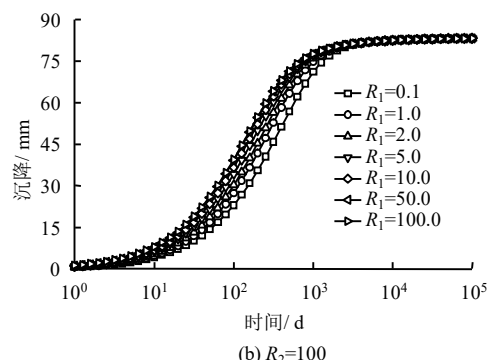
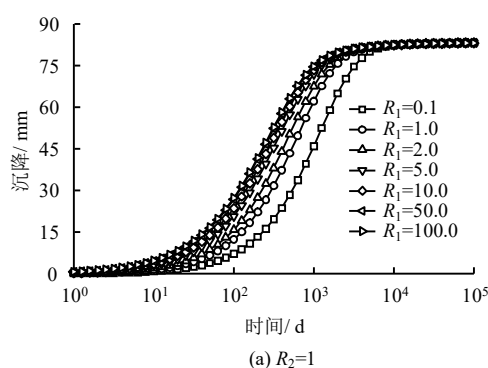


图 3 半透水边界参数 R_1 的影响
Fig.3 Influence of semi-permeable drainage boundary parameter R_1

图 4 为分数阶次 α 对固结沉降的影响曲线, 结果表明, α 的变化对固结沉降发展过程的影响较大, 双边半透水分数阶导数 Kelvin-Voigt 黏弹性饱和土一维固结沉降随着分数阶次 α 的增大, 固结沉降的发展速率明显加快, Yin 等^[21]针对软土蠕变过程, 提出的分数阶导数 Abel 黏壶模型, 得出与孔隙水压力耗散率的关系, 随着不同阶次 α 的增大, 孔隙水压力消散得更快, 饱和土的固结发展越快, 与本例所得结论一致。另外, 当分数阶次 α 较小时, 达到最终沉降量的时间相对较长, 甚至对于土体固结而言, 完成分数阶次 α 较小情况下的最终沉降需

要一个无意义的时长。因此, 分析图 4 中各分数阶次 α 变化时完成固结所需时间可知, 分数阶次 α 的取值应在 0.7 左右。另外, 分数阶次 α 主要受土体的软硬程度的影响, 具体受含水率和压实度两个指标的影响^[14, 25]。

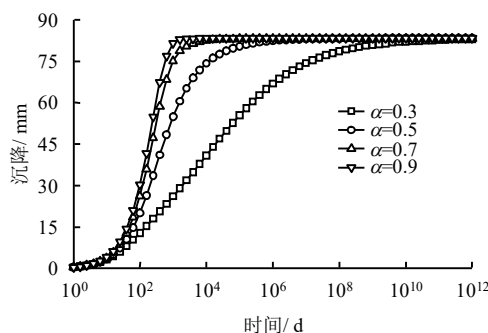


图 4 分数阶次的影响
Fig.4 Influence of fractional order α

图 5 为黏滞系数 η 对固结沉降的影响曲线, 结果表明, 随着黏滞系数 η 的增加, 双边半透水边界条件下分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土一维固结沉降发展逐渐变缓, 完成固结所需时间变长。这是因为土孔隙中的自由水较结合水先排出, 并且黏滞系数在一定程度上反映了结合水膜厚度, 黏滞系数 η 越大, 结合水膜厚度越厚, 结合水连结强度越高, 土颗粒克服阻力产生运动越困难, 结合水的黏滞性越强^[28], 导致达到最终沉降所需时间越长。

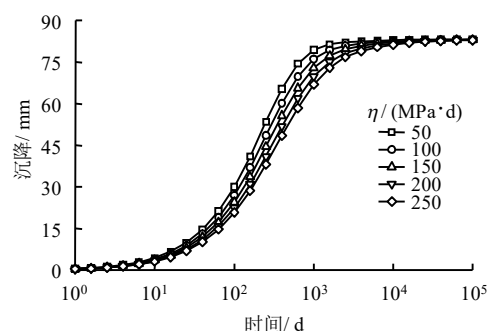


图 5 黏滞系数的影响
Fig.5 Influence of viscosity coefficient

图 6 为压缩模量 E_s 对固结沉降的影响曲线, 分析可以发现双边半透水边界条件下的分数阶导数 Kelvin-Voigt 模型黏弹性饱和土一维固结最终沉降量受压缩模量 E_s 的变化影响明显, 表现为压缩模量 E_s 越小, 最终固结沉降量越大。因为当压缩模量 E_s 过大时, 土层较难被压缩, 因此, 最终沉降量也明

显较小且达到最终沉降量的时间也较短。即对于性质较好的土, 沉降发展主要在受荷初期, 而对于性质不好的土, 表现为工后长期沉降较大。

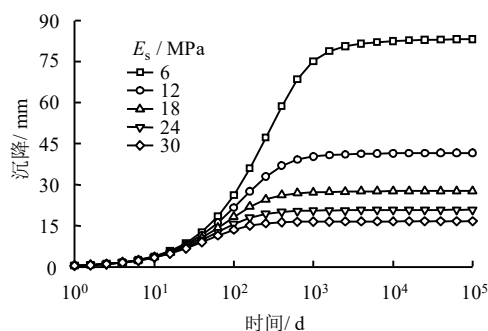


图 6 压缩模量的影响

Fig.6 Influence of modulus of compressibility

6 结 论

(1) 本文得到了分数阶黏弹性饱和土在骤加恒载作用下一维固结问题的半解析通解。该解可分别用于分析单边透水、双边透水和双边半透水边界条件下的分数阶黏弹性饱和土一维固结特性。

(2) 半透水边界参数变化对分数阶黏弹性饱和土一维固结沉降过程影响明显, 半透水边界参数越大, 固结沉降发展越快, 但当其值大于 50 时不再对固结沉降速率产生显著影响。

(3) 分数阶黏弹性模型参数对半透水边界条件下饱和土一维固结沉降过程和最终沉降量有显著影响。其中, 分数阶次越大, 固结沉降发展越快, 取值应在 0.7 左右; 另外, 黏滞系数越大, 固结沉降发展越慢; 压缩模量越大, 最终沉降量越小。

参 考 文 献

- [1] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons Inc., 1943.
- [2] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983: 130—238.
HUANG Wen-xi. Engineering properties of soil[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1983: 130—238.
- [3] 陈宗基. 固结及次时间效应的单向问题[J]. 土木工程学报, 1958, 5(1): 1—10.
CHEN Zong-ji. Unidirectional issue several time consolidation effect[J]. China Civil Engineering Journal, 1958, 5(1): 1—10.
- [4] 赵维炳. 广义 Voigt 模型模拟的饱水土体一维固结理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(5): 78—85.

ZHAO Wei-bing. Generalized Voigt model to simulate the saturated soil and water body one-dimensional consolidation theory and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(5): 78—85.

- [5] XIE K H, XIE X Y, LI X B. Analytical theory for one-dimensional consolidation of clayey soils exhibiting rheological characteristics under time-dependent loading[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 32(14): 1833—1855.
- [6] 李西斌, 贾献林, 谢康和. 变荷载下软土一维流变固结解析理论[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊 1): 140—146.
LI Xi-bin, JIA Xian-lin, XIE Kang-he. Analytical solution of 1-D viscoelastic consolidation of soft soils under time-dependent loadings[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(Supp.1):140—146.
- [7] 蔡袁强, 徐长节, 袁海明. 任意荷载下成层黏弹性地基的一维固结[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(3): 307—313.
CAI Yuan-qiang, XU Chang-jie, YUAN Hai-ming. Under arbitrary loading viscoelastic foundation layer of one-dimensional consolidation[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, 22(3): 307—313.
- [8] 刘加才, 赵维炳, 宰金珉, 等. 双层黏弹性地基一维固结分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(4): 743—746.
LIU Jia-cai, ZHAO Wei-bing, ZAI Jin-min, et al. Analysis of one-dimensional consolidation of double-layered viscoelastic ground[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(4): 743—746.
- [9] 李西斌, 谢康和. 循环荷载下半透水边界土层一维固结解析解[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 155—159.
LI Xi-bin, XIE Kang-he. Theory of 1-D consolidation of soft clayey soil with impeded boundaries under cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(1): 155—159.
- [10] 孙举, 谢新宇, 谢康和. 半透水边界双层复合地基固结解析理论[J]. 浙江大学学报(工学版), 2007, 41(9): 1467—1471.
SUN Ju, XIE Xin-yu, XIE Kang-he. Analytical theory for consolidation of double-layered composite ground under impeded boundaries[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2007, 41(9): 1467—1471.
- [11] XIE K H, XIE X Y, GAO X. Theory of one dimensional consolidation of two-layered soil with partially drained boundaries[J]. Computers & Geotechnics, 1999, 24(4): 265—278.

- [12] 王奎华, 谢康和, 曾国熙. 双面半透水边界的一维黏弹性固结理论[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 34—36.
WANG Kui-hua, XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. A study on 1-D consolidation of soils exhibiting rheological characteristics with impeded boundaries[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(2): 34—36.
- [13] 蔡袁强, 梁旭, 郑灶锋, 等. 半透水边界的黏弹性土层在循环荷载下的一维固结[J]. 土木工程学报, 2003, 36(8): 86—90.
CAI Yuan-qiang, LIANG Xu, ZHENG Zao-feng, et al. One-dimensional consolidation of viscoelastic soil layer with semi-permeable boundaries under cyclic loading[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2003, 36(8): 86—90.
- [14] 殷德顺, 任俊娟, 和成亮, 等. 一种新的岩土流变模型元件[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(9): 1899—1903.
YIN De-shun, REN Jun-juan, HE Cheng-liang, et al. A new rheological model element for geomaterials[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(9): 1899—1903.
- [15] GEMANT A. A method of analyzing experimental results obtained from elasto-viscous bodies[J]. **Physics**, 1936, 7(8): 311—317.
- [16] TAYLOR D W, MERCHANT W. A theory of clay consolidation accounting for secondary compression[J]. **Studies in Applied Mathematics**, 1940, 19(1—4): 167—185.
- [17] 刘林超, 闫启方, 孙海忠. 软土流变特性的模型研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(增刊 1): 214—217.
LIU Lin-chao, YAN Qi-fang, SUN Hai-zhong. Study on model of rheological property of soft clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(Supp.1): 214—217.
- [18] 孙海忠, 张卫. 一种分析软土黏弹性的分数导数开尔文模型[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1983—1986.
SUN Hai-zhong, ZHANG Wei. Analysis of soft with viscoelastic fractional derivative Kelvin model[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1983—1986.
- [19] 何利军, 孔令伟, 吴文军, 等. 采用分数阶导数描述软黏土蠕变的模型[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 2): 239—243.
HE Li-jun, KONG Ling-wei, WU Wen-jun, et al. A description of creep model for soft soil with fractional derivative[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Supp. 2): 239—244.
- [20] 陈亮, 陈寿根, 张恒, 等. 基于分数阶微积分的非线性黏弹塑性蠕变模型[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2013, 45(3): 7—11.
CHEN Liang, CHEN Shou-gen, ZHANG Heng, et al. A nonlinear viscoelasto-plastic creep model based on fractional calculus[J]. **Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)**, 2013, 45(3): 7—11.
- [21] YIN D S, LI Y Q, WU H, et al. Fractional description of mechanical property evolution of soft soils during creep[J]. **Water Science and Engineering**, 2013, 6(4): 446—455.
- [22] 解益, 李培超, 汪磊, 等. 分数阶导数黏弹性饱和土体一维固结半解析解[J]. 岩土力学, 2017, 38(11): 3240—3246.
XIE Yi, LI Pei-chao, WANG Lei, et al. Semi-analytical solution for one-dimensional consolidation of viscoelastic saturated soil with fractional order derivative[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(11): 3240—3246.
- [23] WANG L, SUN D A, LI P C, et al. Semi-analytical solution for one-dimensional consolidation of fractional derivative viscoelastic saturated soils[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 83: 30—39.
- [24] 夏冰, 夏明耀. 上海地区饱和软土的流变特性研究及基坑工程的流变时效分析[J]. 地下工程与隧道, 1997, (3): 11—18.
XIN Bin, XIA Min-yao. Study on the rheological behavior of saturated soft-clay and rheological timeliness of foundation pit in Shanghai[J]. **Underground Engineering and Tunnels**, 1997, (3): 11—18.
- [25] MANDELBORT B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco: Freeman, 1982.
- [26] 尹检务, 旷杜敏, 王智超. 压实土固结蠕变特征及分数阶流变模型参数分析[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2015, 30(3): 46—51.
YIN Jian-wu, KUANG Du-min, WANG Zhi-chao. Consolidation creep characteristics of compacted clay and its parameters analysis of rheological constitutive model based on fractional calculus[J]. **Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition)**, 2015, 30(3): 46—51.
- [27] CRUMP K S. Numerical inversion of Laplace transforms using a fourier series approximation[J]. **Journal of the ACM**, 1976, 23(1): 89—96.
- [28] 何俊, 肖树芳. 结合水对海积软土流变性质的影响[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2003, 33(2): 204—207.
HE Jun, XIAO Shu-fang. Some influence of bound water on rheological properties of marine soft soils[J]. **Journal of Jilin University (Earth Science Edition)**, 2003, 33(2): 204—207.